

Übungen zur Vorlesung Theoretische Informatik II Blatt 3

Aufgabe 1:

Sei $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ wie folgt definiert:

$$f(n) = \begin{cases} n^{1/2}, & \text{falls } n \text{ Quadratzahl ist,} \\ \text{nicht definiert sonst.} \end{cases}$$

a) Geben Sie f als μ -rekursive Funktion an.

b) Geben Sie eine primitiv-rekursive Erweiterung von f an, d.h. eine Funktion, die auf dem Definitionsbereich von f mit f übereinstimmt und ansonsten beliebig definiert ist?

Aufgabe 2:

Die Übergangsfunktion einer Registermaschine sei um folgende Möglichkeit erweitert:

$$(s, (n_1, n_2, \dots, n_m)) = (s', (x_1, x_2, \dots, x_m)) \text{ mit } n_i \text{ aus } \mathbb{N}, x_i \text{ aus } \mathbb{Z}$$

Umgangssprachl. Bedeutung: ist anwendbar, wenn die Maschine im Zustand s ist und die Register 1, ..., m die Werte n_1, \dots, n_m enthalten. In diesem Fall geht man in Zustand s' über und addiert die Inkremente x_i zu Register i , $i=1, \dots, m$, wobei wie üblich 0 nicht unterschritten werden darf.

Überlegen Sie, wie viele Befehle der Standard- k -RM nötig sind, um diese Erweiterung auszudrücken bei k Registern (m kann ungleich k sein)?

Aufgabe 3:

Sei $g: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ wie folgt definiert:

$$g(m, n) = \text{Summe von } m \text{ bis } n$$

Geben Sie g als primitiv-rekursive Funktion an.

Aufgabe 4:

Sei $h: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ wie folgt definiert:

$$h(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \text{ Primzahl ist,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Geben Sie h als primitive rekursive Funktion an.