

## Übungen zur Vorlesung Theoretische Informatik I Blatt 7

### Aufgabe 1:

Seien  $X$  und  $Y$  endliche Alphabete. Eine Abbildung  $s: X \rightarrow Y^*$  heißt **Substitution**.  $s$  sei in natürlicher Weise auf Wörter und Sprachen fortgesetzt. Für ein Wort  $w = x_1 \dots x_n \in X^*$  sei also  $s(w) = s(x_1)s(x_2)\dots s(x_n)$ , und für eine Sprache  $L$  sei  $s(L) = \{s(w) \mid w \in L\}$ .

Zeigen Sie:  $\text{Reg}$  ist abgeschlossen gegen Substitution, d.h. aus  $L \in \text{Reg}$  folgt  $s(L) \in \text{Reg}$ .

### Aufgabe 2:

Gegeben sei die reguläre Sprache  $L \subseteq \{a,b\}^*$  mit

$$L = \{a\}^* \{b\} \{a\}^* \cup \{b\} \{b\}^* \{ab\} \{a\}^*$$

Geben Sie eine rechtslineare Grammatik  $G$  an mit  $L = L(G)$ .

### Aufgabe 3:

Gegeben sei folgende rechtslineare Grammatik  $G = (N, T, P, S)$  mit  $N = \{S, S'\}$ ,  $T = \{a, b\}$ ,  $P = \{(S, S), (S, abaS), (S', b), (S, a)\}$ . Bestimmen Sie  $L(G)$ .

### Aufgabe 4:

Gegeben sei die Sprache  $L = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  über  $X = \{a, b\}$ . Beweisen Sie:  $L$  ist nicht regulär.

### Aufgabe 5:

Zeigen Sie mithilfe des Satzes von Myhill-Nerode, daß folgende Sprache über  $X = \{a\}$  nicht regulär ist:

$$L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

**Aufgabe 6:**

Gegeben sei die Grammatik  $G=(N,T,P, \ )$  mit  $T=\{a,b,c,d,e,f\}$ ,  $N=\{ \ ,A,B,C,D,E,F\}$ ,  $P=\{ \rightarrow eA, A\rightarrow aF, F\rightarrow dD, F\rightarrow BdD, B\rightarrow Ba, B\rightarrow a, D\rightarrow bE, D\rightarrow cE, E\rightarrow bE, E\rightarrow cE, E\rightarrow f\}$ .

- Welcher Grammatikklasse gehört  $G$  an?
- Bestimmen Sie  $L(G)$ .
- Welcher Sprachklasse gehört  $L(G)$  an?

**Aufgabe 7:**

Eine Grammatik  $G$  heißt  $\varepsilon$ -frei, wenn für alle Produktionen  $u\rightarrow v$  gilt:  $v \neq \varepsilon$ .

Gibt es einen Algorithmus, der für jede  $\varepsilon$ -freie kontextfreie Grammatik  $G$  und jedes Wort  $w$  über dem Alphabet von  $G$  entscheidet, ob  $w \in L(G)$  gilt oder nicht?

**Aufgabe 8:**

Zeigen Sie, daß die Klasse der kontextfreien Sprachen gegen Vereinigung abgeschlossen ist.